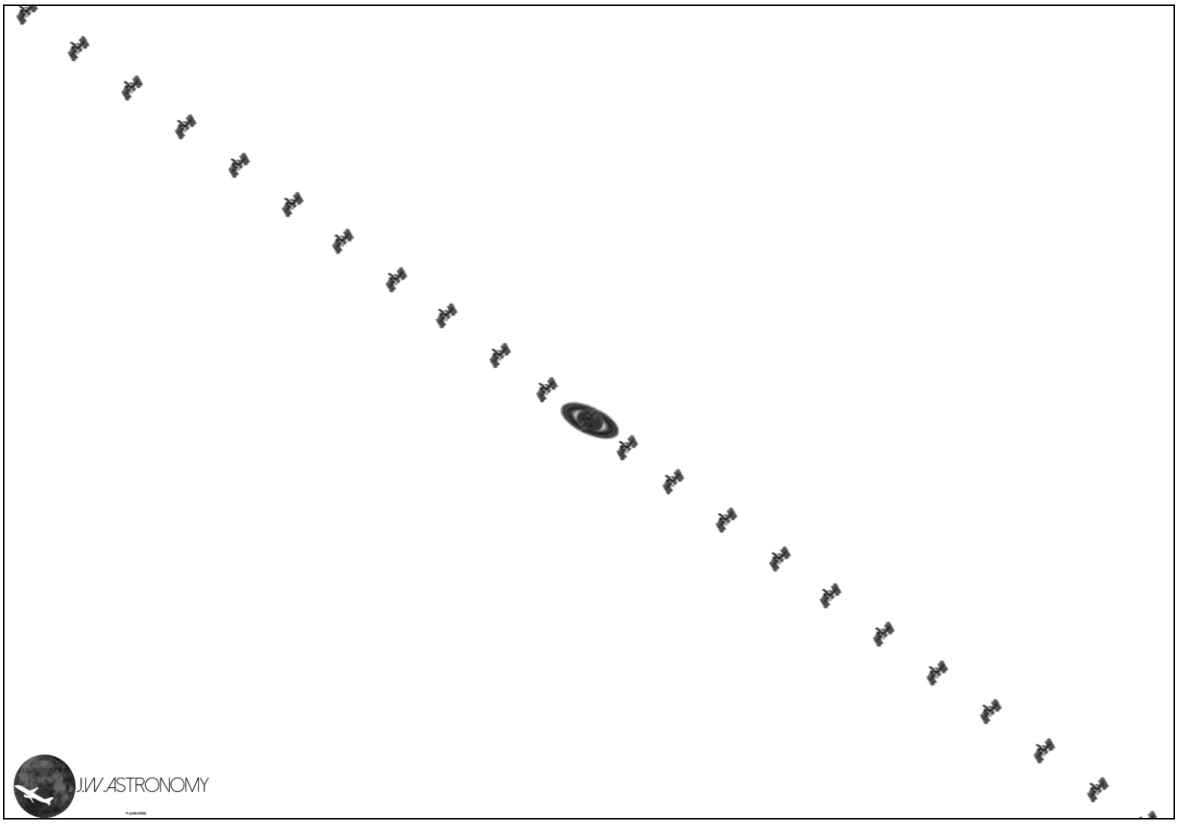
1. На зображенні, отриманому 15 січня 2016 року, представлено проходження Міжнародної космічної станції (МКС) по диску Сатурну. Знайдіть час, за який МКС перетнула поле зображення. Оцініть відстань до Сатурна у момент спостереження та розміри МКС. Відомо, що Міжнародна космічна станція на момент зйомки перебувала на відстані 1140 км від спостерігача, зображення отримувалися із частотою 42 кадри за секунду, а Сатурн на момент зйомки мав екваторіальні координати: α = 16h 45m 27s; δ = –20°40'37''. Велика піввісь орбіти Сатурна складає приблизно 9,6 а.о., екваторіальний діаметр – приблизно 120000 км.Вважати, що площина орбіти Сатурна лежить в площині екліптики.



Примітка: такого типу зображення отримуються шляхом накладання декількох знімків на один кадр.

Розв'язок

Простим підрахунком супутників на зображенні, отримаємо, що було зроблено 22 кадри, звідси маємо, що проходження полем зображення тривало приблизно 0,5 секунди.

Для оцінки відстані до Сатурну в першу чергу необхідно знайти його елонгацію (кут Сонце-Земля-Сатурн). Для отримання точного значення кута елонгації необхідно скористатися теоремами та формулами із сферичної тригонометрії, проте непогану оцінку можна зробити, знайшовши різницю прямих піднесень Сонця та Сатурну. Так можна зробити з двох причин: площина орбіти Сатурну не сильно відрізняється від площини екліптики; і Сонце, і Сатурн знаходяться не далеко від точки зимового сонцестояння, поблизу якої дуги екліптики проектують рівними дугами на небесний екватор.

Приблизне значення прямого піднесення Сонця можна знайти виходячи із наступних міркувань: 21 березня пряме піднесення Сонця дорівнює 0. З кожним наступним днем воно збільшується приблизно на 4 кутових хвилини та на приблизно на 2 години за місяць. Таким чином, 15 січня пряме піднесення Сонця має складати приблизно 19h 36m, звідки різниця прямих піднесень Сонця та Сатурна складає 2h 51m або приблизно 43 градуси. (Реальне значення кутової відстані між Сатурном та Сонцем на вказаний день згідно з ефемеридами дорівнював 41,7 крадуси.)

Далі, використовуючи трикутники знаходимо відстань від Землі до Сатурна, що приблизно дорівнюватиме 10,17 а.о. або 1,52 млрд. км.

Вимірюючи розміри МКС та діаметр Сатурна на зображенні, отримаємо співвідношення їх кутових розмірів (головне не переплутати диск Сатурну з його кільцями, тоді відповідь буде майже вдвічі відрізнятися від правильної). Складаючи пропорцію оцінемо розмір МКС:

$$\frac{a_{ISS}}{l_{ISS}} = \frac{d_{Saturn}}{l_{Saturn}} \Rightarrow a_{ISS} = \frac{d_{Saturn} l_{ISS}}{l_{Saturn}}$$

Звідки чисельно маємо приблизно 90 м, що досить не погано узгоджується із реальними значеннями.

2. Телескоп може вимірювати координати зір з точністю до 0.1". Які максимальні відстані до зір можна буде вимірювати методом річного «марсіанського» паралаксу? Період обертання Марса 687 діб. Орбіту планети вважати коловою.

Розв'язок

Згідно третього закону Кеплера $a = T^{2/3} \approx 1.52$ а.о.

Оскільки максимальна відстань Марса від Сонця складає ***a***, то максимальна відстань до зір буде складати:

$$r[\text{пк}] = \frac{a[\text{а.о.}]}{\pi''} \approx 15\text{пк}$$

3. Метеорити падають на поверхню Місяця під різними кутами і з різними швидкостями. Чому ж вс ікратери на Місяці мають однаков укруглу форму?

Розв'язок

При падіння метеорита на поверхню Місяця швидкість тіла майже миттєво спадає від якогось значення v_0 до нуля, отже майже миттєво зменшується й кінетична енергія тіла. Ця енергія йде на нагрівання та руйнування поверхні Місяця, нагрівання та руйнування самого тіла, переходить в кінетичну енергію уламків, що розлітаються.

Якщо швидкість падіння невелика, то утворюється невеликий кратер (з розміром, близьким до розміру метеорита). Такі кратери називаються ударними. Форма кратера залежить від кута падіння. При вертикальному падінні форма кратера нагадує форму тіла. При великих кутах падіння на поверхні може утворитися канавка. Кінетична енергія метеорита достатня лише для цього. Описане явище можна відтворити, кидаючи камінець на пісок під різними кутами.

Однак, швидкості падіння метеоритів на поверхню Місяця дуже великі. Середня швидкість становить біля 20 км/с. Процеси руйнування й нагрівання в околі розміру тіла недостатні для вичерпування кінетичної енергії. В такому разі відбувається вибух. Вибухова хвиля руйнує тіло й поверхню Місяця, утворюючи вибуховий кратер. Розміри вибухових кратерів на Місяці в 10-20 разів перевищують розміри метеоритів, що їх утворюють. Вибух відбувається в момент зупинки метеорита на невеликій глибині під поверхнею Місяця. Оскільки ударна хвиля йде рівномірно у всі сторони, то утворюється кратер, форма якого близька до кола.

Звичайно, ударна хвиля йде і в глибину. Але в тому напрямку опір речовини набагато більший, ніж в поверхневих шарах. Тому ширина кратера в кілька разів перевищує його глибину.

Крім того, варто пам'ятати і про інший можливий сценарій. При падінні метеорита на Місяць внаслідок великої швидкості кінетична енергія метеорита достатня для розігріву і розплаву в 10^3-10^4 більшої маси (тому і розмір кратера в десятки разів більші розміру метеорита). Метеорит різко гальмується при зіткненні з поверхнею, передаючи поверхні контакту свою енергію та імпульс. Всередину Місяця рухається сильна ударна хвиля, за фронтом якої місячний матеріал розігрівається до розплаву (та, частково, випаровування). Розплавлена порода має властивості рідини - зокрема, працює закон Паскаля про ізотропність тиску - це основний аргумент, чому розплав займає приблизно сферичний обєм. (Суттєвого викиду розплаву від поверхні місяця немає, бо розплав за фронтом УХ має суттєву приблизно радіальну швидкість в тілі Місяця. По мірі затухання УХ всередині Місяця плавлення припиняється. але ще деякий час УХ руйнує структуру місячної кори.

Одночасно, на пізніх стадіях розплав схлюпується до центру та утворює центральний горбик - як на воді викидаються капельки після падіння каменя.

Див деталі нижче

4. *Український астроном-аматор виміряв інтервал часу між сходом зорі 1 та 2. Друга зоря зійшла на 3 години пізніше, та на3 години раніше зайшла ніж перша зоря. Причому перша зоря зайшла в точці заходу. Що можна сказати про схилення цих зір (δ_1 і δ_2)? Координати місця спостереження $\varphi=45°$, $\lambda=34°$.*

Розв'язок

Перша і друга зорі пройшли меридіан одночасно (оскільки час затримки між сходом та заходом однаковий по 3 години), значить ці зорі мають приблизно однакові прямі піднесення.

Оскільки зоря 1 зайшла в точці заходу то вона на небесному екваторі, і має схилення 0. Тобто вона була над горизонтом 12 годин (якщо не враховувати рефракцію). Значить зоря 2 була над горизонтом 6 годин, згідно умов задачі. Три години від сходу до верхньої кульмінації та три години після верхньої кульмінації до моменту заходу.

Варіант 1

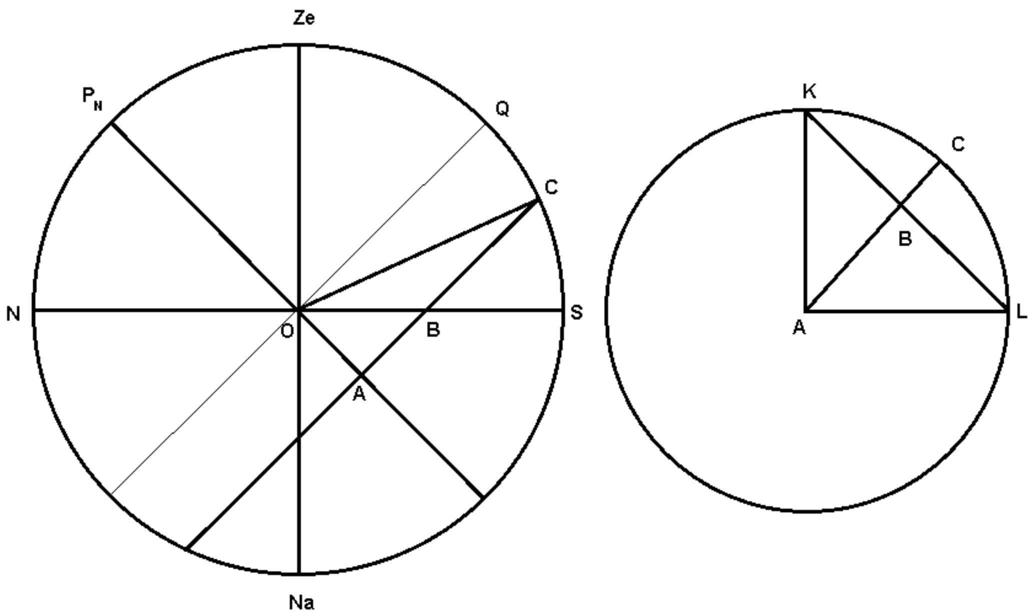
Згідно формули зв'язку годинного кута, схилення та широти на момент заходу: $\cos t = tg\ \delta\ tg\varphi$. У нас годинний кут на момент заходу $t = 3\text{год} = 45°$.

$$\delta = arctg \frac{1}{\sqrt{2}} \approx -35°$$

Знак мінус у схилення, оскільки зоря 2 знаходиться нижче екватора.

Варіант 2

Розглянемо мале коло, по якому «рухається» зоря 2. Проекція цього кола на площину небесного меридіану наведена на рисунку зліва (пряма АС). А саме мале коло справа.



Частина малого кола (по якому внаслідок обертання Землі рухається світило), яка видима над горизонтом - KCL, довжина цієї дуги складає 90° (оскільки зоря 2 над горизонтом 6 годин). Тому кут KAL прямий. Звідси можна легко отримати співвідношення між відрізками AB:AC=1 : $\sqrt{2}$

З лівого рисунка кут схилення QOC=OCA, і можна знайти схилення:

$$tg\ \delta = \frac{OA}{AC}$$

З іншої сторони кут AOB – це широта місцевості, тому з прямокутного трикутника враховуючи OAB, враховуючи, що φ=45°: OA=AB, тому широта:

$$tg\ \delta = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Звідки $\delta = arctg\frac{1}{\sqrt{2}} \approx -35°$

5. Штучний супутник обертається навколо Землі коловою орбітою з періодом 15 діб в площині орбіти Місяця. Яку приблизно сумарну частину поверхні Місяця можна бачити з такого супутника протягом року?

Розв'язок

Відомо, що період обертання Місяця навколо осі рівний періоду його обертання навколо Землі. Завдяки цьому Місяць завжди повернутий до Землі одним боком.

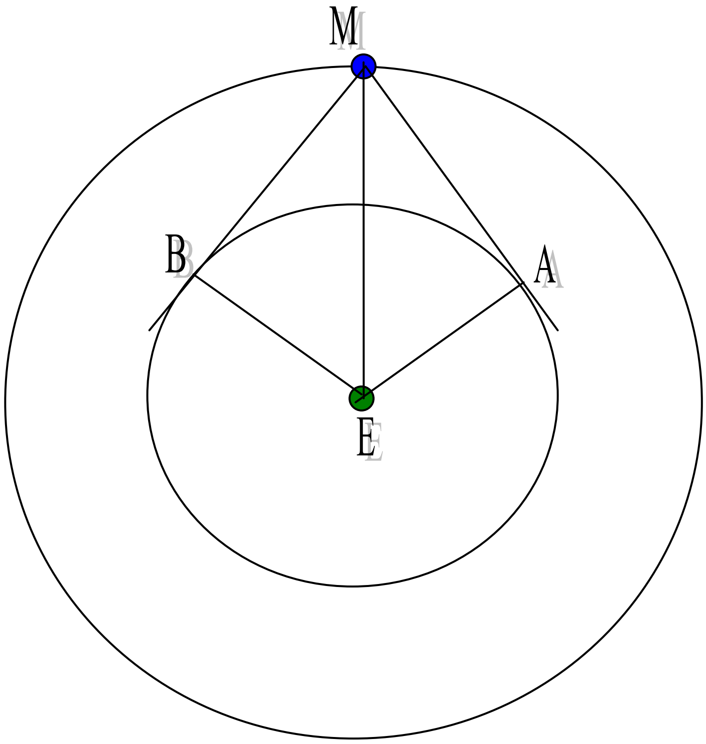
Насправді, це не зовсім так. Завдяки ексцентричності геоцентричної орбіти Місяця він повертає до Землі частину його східної та західної поверхні (лібрація до довготі). Крім того, вісь обертання Місяця не перпендикулярна до площини його орбіти. Тому із Землі можна бачити додаткові частини його північної та південної зон (лібрація по широті). За рахунок цих лібрацій із Землі за один оберт Місяця можна бачити біля 59% його поверхні. Існує також фізична лібрація – невеликі реальні коливання Місяця, які практично не змінюють загальну видиму поверхню.

В даній задачі будемо вважати, що Місяць завжди повернутий до Землі одним боком, тобто видно 50% поверхні Місяця. Із супутника, що обертається навколо Землі, можна бачити більше, ніж половину поверхні Місяця.

Місяць обертається навколо Землі по орбіті з періодом $\boldsymbol{T}_{\mathrm{M}}$ = 27.3 доби та великою піввіссю $\boldsymbol{a}_{\mathrm{M}}$ = 385000 км. За 3-м законом Кеплера знаходимо велику піввісь орбіти супутника $\boldsymbol{a}_{\mathrm{C}}$:

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{C}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{M}} \times (\boldsymbol{T}_{\mathrm{C}} / \boldsymbol{T}_{\mathrm{M}})^{2/3} = 258000 \text{ км}$$

На рисунку зображені орбіти Місяця та супутника, а також положення Місяця (М) на довільний момент. Орбіту Місяця в нашому наближення вважаємо коловою. Вважаємо також, що екватор Місяця лежить в площині рисунка.



Очевидно, що найбільшу частину невидимої із Землі поверхні Місяця буде видно з точок А та В, що найбільше віддалені за кутовими відстанями від лінії Земля – Місяць (ЕМ). Зрозуміло, що ці точки будуть лежати на дотичних то орбіти супутника, проведених з точки положення Місяця. Маємо два рівних прямокутних трикутники: ЕВМ та ЕАМ. Кути В та А прямі.

Оскільки точки А та В лежать в одній площині з місячним екватором, то відсоток видимої з цих точок поверхні Місяця буде рівний відсотку видимої дуги екватора Місяця по відношенню до всього кола (360°). З якоїсь окремої точки видно дугу кола 180°, тобто половину поверхні Місяця. Інша точка збільшує цю дугу на кут ВМА. Якщо цей кут буде рівний 180°, то можна буде бачити всю поверхню. Таким чином, відсоток видимої з двох крайніх точок поверхні ($\boldsymbol{k}$) буде визначатися відношенням:

$$\boldsymbol{k} = (180^{\circ} + \mathrm{BMA})/360^{\circ}$$

Кут ВМЕ (або АМЕ) можна визначити так:

$$\mathrm{BME} = \arcsin(\mathrm{BE}/\mathrm{EM}) = \arcsin(\boldsymbol{a}_{\mathrm{C}}/\boldsymbol{a}_{\mathrm{M}}) = \arcsin[(\boldsymbol{T}_{\mathrm{C}} / \boldsymbol{T}_{\mathrm{M}})^{2/3}] = 42.1^{\circ}.$$

Загальний вираз:

$$\boldsymbol{k} = \{180^{\circ} + 2 \times \arcsin[(\boldsymbol{T}_{\mathrm{C}} / \boldsymbol{T}_{\mathrm{M}})^{2/3}]\} /360^{\circ},$$

або $\boldsymbol{k} = (180 + 84.2)/360 = 73.4\%$.

Тепер потрібно з’ясувати, чи зможе супутник за рік побувати в точках А та В. Це можливо, якщо синодичний період супутника та Місяця відносно Землі Sбуде менший 1 року.

З виразу для синодичного періоду $1/S = 1/\,\boldsymbol{T}_C - 1/\,\boldsymbol{T}_M$отримуємо:

$S = \boldsymbol{T}_C \times \boldsymbol{T}_M / (\boldsymbol{T}_M - \boldsymbol{T}_C) = 33.3$ доби. Отже за рік із супутника можна дійсно бачити біля 73.4% поверхні Місяця.

Це відповідь на встановлену кількість балів.

Врахування лібрацій збільшить цей відсоток. Якщо з однієї точки можна бачити не 50%, а 59%, то до отриманого значення можна також додати 9%. Отримаємо 82.4%.

Врахування лібрації заслуговує на додаткові бали (в залежності від повноти врахування лібрації та встановленої кількості балів).